

Warum sind „Muster und Strukturen“ kein eigener Lernbereich im LehrplanPLUS?

Muster sind ein grundlegendes Ordnungsprinzip, von dem das alltägliche Umfeld geprägt ist. So fallen Muster z. B. bei der Betrachtung von Bodenbelägen, Stoffen und an Gebäuden auf. Aber auch in der Musik, im Sport, selbstverständlich in der bildenden Kunst, in der Sprache und sogar bei der Beobachtung von menschlichem Verhalten werden wir mit Mustern konfrontiert. Muster strahlen etwas Regelmäßiges, Schönes und Vertrautes aus und geben Sicherheit. Auch im Bereich der Mathematik gibt es vielerlei Muster und Strukturen zu entdecken. Viel mehr noch – Keith Devlin sagt: „Mathematik ist die Wissenschaft der Muster“.

Umfassende [Begriffsklärungen](#) und Beispiele zum Thema Muster und Strukturen in der Mathematik finden sich im Lehrplaninformationssystem.

Der LehrplanPLUS führt „Muster und Strukturen“ als einen von fünf Gegenstandsbereichen im Fachprofil Mathematik bzw. im Kompetenzstrukturmodell auf. Dennoch erscheint dieser Gegenstandsbereich nicht als eigener Lernbereich im Fachlehrplan Mathematik. Welchen Grund gibt es dafür?

1. Das Erkennen, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen ist eine grundlegende Kompetenz, die sich durch alle Inhaltsbereiche des Faches Mathematik im LehrplanPLUS zieht.
2. Durch die Auseinandersetzung mit Mustern und Strukturen können Schülerinnen und Schüler ihre Denkökonomie steigern.
3. Die Beschäftigung mit dem Gegenstandsbereich „Muster und Strukturen“ fordert und fördert die prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren und Darstellen in besonderem Maße.

1. Das Erkennen, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen ist eine grundlegende Kompetenz, die sich durch alle Inhaltsbereiche des Faches Mathematik im LehrplanPLUS zieht

Die Schülerinnen und Schüler finden Zugang zur Mathematik als Wissenschaft, indem sie wiederkehrende Muster und Strukturen keineswegs nur in der Geometrie, sondern in allen Lernbereichen erforschen und erkennen. Hierfür bietet das Lehrplaninformationssystem zahlreiche Beispiele:

An Hand „substanzieller Aufgabenformate“ (z. B. [Zahlenmauern](#), [Rechendreiecke](#), Rechenquadrate mit Ohren, Mal-Plus-Häuser, Mal-Mühlen, Rechengitter...) entdecken die Lernenden mathematische Rechengesetze, arithmetische Muster und Regeln, indem sie einzelne Bausteine verändern, eine Folge bilden und so auch die funktionalen Zusammenhänge erkennen.

Die sogenannten „figurierten Zahlen“ stellen eine Verbindung der Fachgebiete Arithmetik und Geometrie dar. Damit sind Zahlenfolgen gemeint, die sich mithilfe von Plättchen legen bzw. zeichnen lassen und so gut veranschaulicht werden können (vgl. Abb. 1). Ein Beispiel hierfür sind die [Quadratzahlen und Dreieckszahlen](#). [Achsensymmetrien](#), [Bandornamente](#), [Parkettierungen](#) und [maßstabsgerechte Vergrößerungen](#) gehören sowohl zum Gegenstandsbereich „Muster und Strukturen“ als auch zum Gegenstandsbereich „Raum und Form“.

Im Umgang mit Größen werden häufig [die funktionalen Beziehungen](#) genutzt, vor allem beim Umrechnen in die nächstgrößere oder -kleinere Einheit (z. B. je größer die Längeneinheit, desto kleiner die Maßzahl: $7\text{ m} = 70\text{ dm} = 700\text{ cm} = 7000\text{ mm}$). Aber auch in alltäglichen Sachsituationen werden oftmals direkte (je mehr ich kaufe, desto höher der Preis) und indirekte Proportionalität (z. B. je mehr Personen gleichzeitig arbeiten, desto kürzer die einzelne Arbeitszeitspanne) deutlich und zur Lösungsfindung genutzt.

Durch Erfassung aller Möglichkeiten im Kontext kombinatorischer Aufgaben erkennen Lernende schnell, dass eine systematische, gut strukturierte Darstellung der Ergebnisse unabdingbar ist, um selbst den Überblick zu behalten, aber auch um die Ergebnisse für andere nachvollziehbar darzustellen (vgl. Abb. 2).

Forscherauftrag:

Erforsche die Musterfolge. Wie sieht die 4., 5., 6. Figur aus? Begründe!

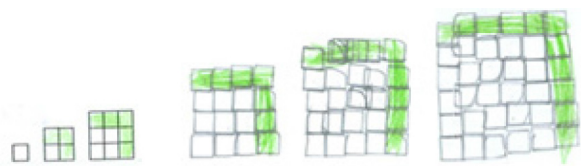


Abb. 1

Schüleraussage: „Immer der grüne Rand mehr. Immer plus die ungeraden Zahlen: + 3, + 5, + 7, + 9, + 11, ... Bei der 4. Figur sind es 16, bei der 5. Figur 25 und bei der 6. Figur 36 Kästchen.“

Forscherauftrag:

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, Vierertürme aus einem roten, einem gelben, einem grünen und einem blauen Stein zu bauen? Erkläre!

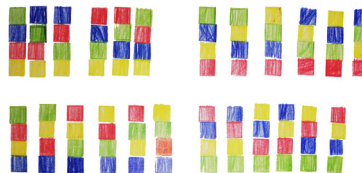


Abb. 2

Mögliche Schüleraussage: Für den untersten Stein gibt es vier verschiedene Möglichkeiten und dann jeweils sechs Möglichkeiten für die übrigen drei Steine. Das ergibt insgesamt $6 + 6 + 6 + 6$ oder $4 \cdot 6 = 24$ Möglichkeiten.

2. Durch die Auseinandersetzung mit Mustern und Strukturen können Schülerinnen und Schüler ihre Denkökonomie steigern

Dekadisch gegliedertes Anschauungsmaterial weist Strukturen auf, die der besseren Visualisierung dienen. So wird beispielsweise bei Rechenrahmen, -schiffchen, Hunderterfeld und Mehrsystemblöcken die 5er- bzw. 10er-Struktur betont. Aufgrund ihres Wiedererkennungswertes verhelfen diese Strukturen zu verinnerlichten Zahlbildern und können dadurch bei der quasi-simultanen Zahlerfassung unterstützen (vgl. Lüken S. 48). Jedoch sind die vorgegebenen Strukturen nicht automatisch allen Lernenden von Anfang an bewusst. Daher ist es unabdingbar, genau diese Strukturen des Anschauungsmaterials zum Unterrichtsgegenstand zu machen und vor allem bei Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwäche zu thematisieren (z. B. Wann wechselt die Farbe beim Rechenrahmen? Wo erkennst du Fünfer? Welcher Teil wiederholt sich?), damit sie diese als Hilfe nutzen können. Das Erkennen von Mustern macht das Denken ökonomischer und entlastet von unnötigen Gedächtnisleistungen, da es möglich ist, von Einzelfällen ausgehend auf Verallgemeinerungen zu schließen. Erkennt ein Kind Zusammenhänge und Analogien wie beispielsweise zwischen der sog. großen und kleinen Aufgabe, so kann es sich viel Denkleistung und Zeit sparen, indem es von einer Aufgabe bzw. einem Ergebnis auf die entsprechende andere Aufgabe bzw. das andere Ergebnis schließt. Die Lehrkraft ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, ihren Zahlenblick zu schulen, indem sie entsprechende Aktivitäten anbietet (z. B. Blitzblickübungen, [Schätzen und strukturiertes Anordnen von Muggelsteinen](#), [Erforschung strukturierter Aufgabenpäckchen](#), [Veranschaulichung und Verbalisierung der Beziehungen zwischen Nachbarzahlen bzw. -aufgaben](#), [Tauschaufgaben oder Umkehraufgaben](#)) und ihnen darüber hinaus die Möglichkeit des Forschens und „lauten Denkens“ gibt. Damit werden sie flexibler und ökonomischer in ihrer Denkweise und können größere Erfolge erzielen.

3. Die Beschäftigung mit dem Gegenstandsbereich „Muster und Strukturen“ fordert und fördert die prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren und Darstellen in besonderem Maße

Erforschen Schülerinnen und Schüler mathematische Muster, so sollen sie sich dabei nicht auf der rein rechnerischen Ebene bewegen. Vielmehr müssen auch die prozessbezogenen Kompetenzen des Kommunizierens, Argumentierens (mündlich oder schriftlich) und des Darstellens (auch nonverbal) einbezogen werden. Beispielsweise sollen die Lernenden [Plusaufgaben zu strukturiert gelegten Plättchenmengen finden](#) und ihre Denkvorgänge darstellen und erklären. Hilfreich sind dabei als Forschermittel beispielsweise Wendepäckchen oder verschiedene Farbstifte, die die mathematischen Muster und Strukturen, welche der Aufgabe zugrunde liegen, veranschaulichen. Das Unterrichtsbeispiel zum Auffinden und Lösen aller [Minusaufgaben mit Zehnerübergang](#) im Zahlenraum bis 20 zeigt, dass es für die Lernenden sehr entlastend ist, wenn ihnen Zahlbeziehungen vertraut sind. So können sie die Aufgaben strukturiert sortieren, farblich markieren, in eine Tabelle einordnen und die Zahlverwandtschaft darstellen sowie gut nachvollziehbar darüber kommunizieren bzw. argumentieren.

So wie Mathematik MEHR ist als nur rechnen, so ist der Gegenstandsbereich „Muster und Strukturen“ MEHR als nur ein Lernbereich.

Quellen und Literaturhinweise:

- Devlin, K. (2003): Das Mathe-Gen oder wie sich das mathematische Denken entwickelt und warum Sie Zahlen ruhig vergessen können. Deutscher Taschenbuch Verlag: München.
- LehrplanPLUS Grundschule (2014): Lehrplan für die bayerische Grundschule. Online verfügbar unter: <https://www.lehrplanplus.bayern.de> (zuletzt aufgerufen am 24.06.2019).
- Lüken, M. M. (2012): Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht: Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern. Waxmann: Münster.